



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Corso di laurea specialistica in Fisica
Anno Accademico 2009/2010

Tesi di Laurea in Fisica

**Lo Spettrometro Magnetico
dell'esperimento PlasmonX**

Laureanda:

Silvia Martellotti

Relatore:

Dott. Riccardo Faccini

Correlatore:

Dott. Paolo Valente

a Gianni e Paolo

Indice

Introduzione	2
1 Accelerazione Laser-Plasma	6
1.1 Acceleratori di nuova generazione per la fisica delle alte energie	6
1.2 I plasmi	8
1.2.1 Frequenza di plasma	8
1.2.2 Campo elettrico associato a un'onda di plasma	10
1.2.3 Propagazione delle onde elettromagnetiche in un plasma	11
1.3 Meccanismo di accelerazione	13
1.4 Eccitazione di onde di plasma tramite laser	15
1.4.1 Potenziale vettore normalizzato	15
1.4.2 Forza ponderomotrice	17
1.5 Laser Wake-Field Acceleration (LWFA)	19
1.6 Autoiniezione	20
1.6.1 Caratteristiche degli elettroni accelerati	22
1.7 Iniezione esterna	24
2 Spettrometro Magnetico dell'esperimento PlasmonX	25
2.1 Self-Injection Test Experiment (SITE)	25
2.1.1 Layout	26
2.2 Caratteristiche del fascio aspettato	27
2.3 Spettrometro Magnetico	30
2.3.1 Specifiche	32
2.3.2 Ottica magnetica e posizione del rivelatore	32
2.3.3 Scelta del rivelatore e readout	38
2.3.4 Analisi dati: unfolding Bayesiano	39
3 Prototipo del rivelatore	46
3.1 Fibre scintillanti Kuraray SCSF-81-SJ	46
3.1.1 Scintillazione e propagazione della luce	48
3.2 Fotomoltiplicatore HAMAMATSU H7546B	49

3.3	Elettronica MAROC2	51
4	Test in laboratorio	55
4.1	Setup	55
4.2	Forma del segnale e ritardi	58
4.3	Acquisizione dati (DAQ)	59
4.4	Test delle caratteristiche dell'elettronica	61
4.4.1	Piedistalli	61
4.4.2	Saturazione e range dinamico	61
4.4.3	Tempo di formazione	62
4.4.4	Timing	63
4.4.5	Guadagno dell'elettronica	63
4.5	Fotomoltiplicatore a multianodo (PMT)	65
4.5.1	Saturazione della risposta del PMT	65
4.5.2	Tensione di lavoro del PMT	66
4.6	Mappatura e cross-talk ottico	72
4.7	Output .root per l'analisi dati	75
5	Calibrazione del prototipo e studio della saturazione	78
5.1	BTF	78
5.2	Setup	79
5.3	Timing e misura del profilo del fascio	81
5.4	Saturazione	85
5.4.1	Test di saturazione su singolo canale	85
5.5	Inserimento del filtro	88
5.6	Calibrazione	91
	Conclusioni	97
	Bibliografia	100

Introduzione

A partire dagli anni cinquanta, la fisica delle particelle elementari ha cominciato a svilupparsi grazie alla costruzione di acceleratori di particelle ad alte energie. La produzione di particelle sempre più massive, ottenibile grazie all'energia crescente delle particelle accelerate, permette di approfondire sempre più la conoscenza delle strutture subnucleari indagate da questo ramo della fisica.

L'attuale freno all'ulteriore sviluppo della ricerca in questo campo sta nel gigantismo delle macchine acceleratrici e nel loro costo ormai difficilmente sostenibile anche da consorzi multinazionali come il CERN.

Il "breakdown" (ossia la soglia di rottura) dei materiali all'interno delle cavità a radiofrequenza e la limitatezza dei massimi campi magnetici raggiungibili tramite i magneti superconduttori, limitano l'intensità dei campi elettromagnetici acceleranti ad alcune decine di MeV/m. È per questo motivo che l'accelerazione di particelle ad energie molto alte rende necessario l'uso di acceleratori di grandissime dimensioni.

Per progettare acceleratori più compatti è dunque necessario pensare a come realizzare campi elettrici molto più elevati in grado di accelerare particelle fino a decine di GeV su distanze molto brevi. Il plasma è il mezzo naturale in cui produrre campi tanto intensi. Si tratta, infatti, di un mezzo ionizzato in cui il "breakdown" è già avvenuto. Nonostante sia globalmente neutro, il plasma è costituito da particelle cariche, elettroni e ioni, ed esibisce quindi una serie di comportamenti collettivi dovuti alle forze elettromagnetiche a lungo raggio. In virtù di questa proprietà, un plasma può sostenere dei campi elettrici longitudinali di intensità fino ad alcune centinaia di GV/m e aprire così la strada alla possibilità di realizzare acceleratori compatti di alte energie.

Campi elettrici acceleranti così elevati sono, nei plasmi, i campi associati alle cosiddette *onde di plasma*, oscillazioni di cariche che avvengono ad una frequenza caratteristica del mezzo e che si innescano quando il plasma viene

perturbato. Questi campi sono adatti ad accelerare particelle cariche che si muovono nella stessa direzione del campo con un meccanismo analogo a quello mediante il quale un appassionato di surf acquista velocità discendendo dalla cresta dell'onda che sta cavalcando.

Furono Tajima e Dawson[1] che per primi, nel 1979, proposero di utilizzare fasci laser focalizzati per eccitare onde di plasma longitudinali adatte all'accelerazione di elettroni. Solo a partire dagli anni '90, il rapido sviluppo nel campo delle interazioni laser-materia ad alta intensità ha consentito la realizzazione di questa intuizione. Per eccitare queste onde all'interno di un plasma infatti è necessario far propagare attraverso di esso un laser ad alta intensità ($I > 10^{16} W/cm^2$).

Ad essere accelerate con questo meccanismo possono essere sia le particelle del plasma stesso che pacchetti di particelle iniettate in esso: in modo analogo a quanto avviene nelle cavità a radiofrequenza, un pacchetto di elettroni delle dimensioni opportune, se iniettato con la giusta fase lungo la direzione di propagazione delle onde di plasma, può ricevere in pochi millimetri una "spinta" tanto intensa da raggiungere energie che potrebbero, nel prossimo futuro, diventare paragonabili a quelle ottenute con gli acceleratori convenzionali.

A partire dal 2008, presso i Laboratori Nazionali di Frascati, è stato dato il via all'installazione di un laser di ultima generazione (FLAME), per il progetto PlasmonX, che si pone come obiettivo quello di studiare e sviluppare tecniche innovative di accelerazione laser-plasma.

Questo progetto prevede la realizzazione di un laser capace di produrre impulsi da 6 J in 20 fs, installato accanto all'acceleratore lineare da 200 MeV del progetto SPARC. La sincronizzazione tra FLAME e SPARC costituirà una facility unica al mondo dove impulsi laser e pacchetti di elettroni, sincronizzati tra loro, potranno interagire con il plasma dando risultati nuovi nel campo. Si tratta di un progetto ambizioso che interessa tre sottodiscipline: la fisica degli acceleratori, la fisica dei plasmi e la fisica dei laser.

FLAME sarà pronto entro la fine di quest'anno e con esso sono previsti i primi esperimenti di accelerazione di elettroni del plasma, necessari per testare il controllo dei parametri del laser e le sue prestazioni.

La rapida crescita dell'energia delle particelle accelerate con questo metodo innovativo ha aperto la strada alla necessità di utilizzare rivelatori per la diagnostica specifici delle alte energie. Il gruppo di Roma è responsabile del progetto e della realizzazione dello spettrometro magnetico che servirà a PlasmonX per studiare le caratteristiche dei pacchetti di particelle accelerati nell'interazione laser-plasma.

A partire dallo stato attuale della comprensione di questo innovativo metodo di accelerazione, quello che ci si aspetta è una dispersione energetica

piuttosto ampia. Ciò ha portato alla necessità di sviluppare un dispositivo capace di misurare l'impulso di decine di milioni di particelle che arrivano simultaneamente con una dispersione di energia distribuita su tre ordini di grandezza (da qualche MeV a qualche GeV), una specifica insolita per un rivelatore di particelle. Occorre poi tenere presente che il pacchetto accelerato ha una divergenza di qualche milliradiante e parte da uno spot puntiforme situato più di un metro prima della regione in cui è presente il campo magnetico e per questo gli elettroni devono viaggiare all'interno di una camera a vuoto.

Lo spettrometro ideato è costituito da un elettromagnete e da un rivelatore a fibre scintillanti per la misura della traiettoria delle particelle. Al passaggio delle particelle attraverso le fibre, sono prodotti fotoni di scintillazione che vengono rivelati tramite fotomoltiplicatori. Lo spettrometro sarà completato e pronto per effettuare le prime misure entro l'autunno 2010.

Nell'ultimo anno è stato costruito un prototipo in scala ridotta del rivelatore, dotato delle stesse componenti previste per il rivelatore finale, per testarne le prestazioni e l'adeguatezza. Il lavoro che è stato fatto nell'ambito di questa tesi è stato appunto quello di studiare le componenti del prototipo, dall'hardware del rivelatore all'elettronica di acquisizione, di farlo funzionare trovando un punto di lavoro adeguato alle esigenze dell'esperimento e infine di calibrarlo in carica tramite misure di fascio effettuate alla Beam Test Facility (BTF) presso i Laboratori Nazionali di Frascati.

Nel primo capitolo di questa tesi verrà fatta un'introduzione teorica sulla fisica del meccanismo di accelerazione laser-plasma. Nel secondo capitolo, dopo una breve panoramica sull'esperimento PlasmonX, si parlerà delle caratteristiche dello spettrometro, della sua ottica magnetica, delle motivazioni che hanno portato a scegliere come rivelatore le fibre scintillanti e del metodo di analisi previsto per i dati. Nel terzo capitolo verrà descritto il prototipo del rivelatore, dalle componenti hardware all'elettronica di readout, che sono le stesse previste per lo spettrometro. Gli ultimi due capitoli sono riservati ai test effettuati sul prototipo. Nel quarto capitolo saranno analizzati i risultati di misure fatte in laboratorio utilizzando un LED come sorgente di fotoni; verranno in questo contesto descritte più dettagliatamente le caratteristiche dell'elettronica e del fotomoltiplicatore e discussi i limiti di funzionamento. Nel quinto capitolo saranno invece mostrati i risultati ottenuti con il fascio di elettroni della BTF e l'analisi per ricavare la curva di calibrazione in carica del rivelatore.

Capitolo 1

Accelerazione Laser-Plasma

In questo primo capitolo verrà fatta una breve introduzione alla fisica del plasma, in relazione al suo utilizzo per l'accelerazione di particelle. Verrà descritto il processo attraverso il quale un laser intenso è in grado di eccitare onde di plasma e verranno analizzate le modalità con cui è possibile sfruttare tali onde per accelerare pacchetti di elettroni.

1.1 Acceleratori di nuova generazione per la fisica delle alte energie

La ricerca di particelle elementari è nata negli anni 30 con i raggi cosmici, ma in breve tempo lo strumento principale di indagine sono diventati gli acceleratori di particelle. Ogni volta che sono state disponibili produzioni ad alta intensità di particelle di energia maggiore, sono stati osservati nuovi fenomeni, indispensabili allo sviluppo delle teorie di fisica subnucleare.

Il massimo campo elettrico accelerante raggiungibile, a causa della soglia di rottura dei materiali utilizzati è dell'ordine di alcune decine di MV/m, ciò significa che per raggiungere l'energia di 1 TeV sono necessari circa 20 Km di campi elettrici acceleranti. Motivo per cui si sono costruiti acceleratori circolari.

La dimensione degli acceleratori circolari, nel caso dell'accelerazione di elettroni e positroni, è governata dalla radiazione di sincrotrone: la perdita di energia per ogni giro cresce con la quarta potenza dell'energia della particella ed è inversamente proporzionale al raggio della traiettoria: $\Delta E \sim E^4/R$.

Nel caso degli adroni, che sono più pesanti, la radiazione di sincrotrone è molto minore e, a parità di raggio, possono essere raggiunte energie maggiori.

Tuttavia, negli acceleratori circolari, sono necessari alti campi magnetici, generati da magneti superconduttori. LHC, il più grande e potente acceleratore di particelle mai realizzato finora, ha una circonferenza di 27 Km e accelera protoni fino a 7 TeV grazie a campi magnetici di 8,33 T. Per un dato campo magnetico, il raggio dell'anello cresce linearmente con l'energia che si vuole dare alle particelle.

Gli acceleratori lineari non soffrono di queste limitazioni e per raggiungere alte energie basta disporre di un acceleratore sufficientemente lungo. La sua lunghezza è data dal gradiente di accelerazione, che è il campo elettrico lungo l'asse del fascio. Tale campo viene creato all'interno di cavità a radiofrequenza. Per una frequenza dell'ordine del GHz, la soglia di rottura delle pareti della cavità limita il campo a circa 100 MV/m. A frequenze ancora maggiori, la limitazione dominante è data dal surriscaldamento della superficie. Di conseguenza, un acceleratore lineare da 500 GeV, ottenuto con una tecnologia convenzionale, richiede una lunghezza di 50 Km. Costruire un acceleratore del genere comporterebbe problemi sia tecnologici che finanziari.

L'approccio più tradizionale per costruire acceleratori sempre più potenti è quello di aumentare la soglia di rottura tramite cavità a radiofrequenza più avanzate. Poiché la dimensione trasversale della cavità è circa proporzionale alla lunghezza d'onda, aumentare la frequenza porta a cavità molto piccole, con specifiche e tolleranze costruttive sempre più spinte. Un problema ancora più serio deriva dalla presenza del "campo di scia" creato dalle stesse particelle accelerate, che può disturbare il pacchetto stesso di particelle o i seguenti e che aumenta drasticamente con la frequenza dell'onda elettromagnetica.

Per progettare acceleratori più compatti, è necessario pensare a campi elettrici molto più elevati, in grado di accelerare particelle, fino a decine di GeV in distanze molto più brevi.

Il plasma è il mezzo naturale nel quale è possibile produrre campi tanto intensi, trattandosi di un gas ionizzato in cui il "breakdown" è già avvenuto, esso può sostenere campi elettrici maggiori di centinaia di GV/m. Nonostante sia globalmente neutro, il plasma è costituito da particelle cariche che fanno sì che si mettano in atto comportamenti collettivi dovuti alle forze elettromagnetiche a lungo raggio. In virtù di questa proprietà, un plasma può sostenere delle onde di campo elettrico longitudinali, di ampiezza vari ordini di grandezza maggiore della soglia di "breakdown" dei materiali.

Per generare campi tanto elevati si deve perturbare il plasma in modo molto intenso e mirato. Ciò si può realizzare utilizzando la forza di carica spaziale associata ad un pacchetto di elettroni prodotto da un acceleratore convenzionale, oppure la pressione di radiazione di un impulso laser ultracorto e ultra-intenso.

La fisica degli acceleratori della prossima generazione si propone di trarre vantaggio dai recenti traguardi raggiunti nella fisica dei laser: utilizzando impulsi laser di alta intensità per eccitare un'onda di plasma longitudinale, si possono accelerare particelle cariche, aprendo così la strada alla realizzazione di acceleratori compatti di alte energie.

1.2 I plasmi

Non tutti i gas ionizzati possono essere chiamati plasmi, la definizione più corretta che si può dare di un plasma è la seguente:

“il plasma è un gas quasi-neutro composto di particelle cariche e neutre che presenta un comportamento collettivo[2]”.

Quello che si intende per “quasi-neutro” è che il plasma presenta una neutralità macroscopica, ossia per distanze abbastanza grandi e su tempi sufficientemente lunghi le cariche libere sono neutralizzate.

Tuttavia, essendo presenti nel plasma delle particelle cariche, il loro moto non è governato dalle collisioni, che trasmettono le forze applicate al sistema solo localmente, ma dai campi elettrici e magnetici generati da concentrazioni delle cariche stesse, che sono forze a lungo range.

Questo significa che introducendo una perturbazione localizzata, rispondono istantaneamente tutte le particelle del plasma, per questo si può parlare di “comportamento collettivo”.

1.2.1 Frequenza di plasma

La mobilità delle cariche all'interno del plasma fa sì che esse tendano a neutralizzare i campi elettrici, siano essi esterni o generati dalle cariche del plasma stesso.

Supponiamo che gli elettroni formino un reticolo rigido in equilibrio rispetto a un fondo uniforme di ioni, e che una perturbazione temporanea li faccia spostare da questa posizione di equilibrio, come illustrato in figura 1.1. Lo spostamento degli elettroni darà luogo ad un campo elettrico nella stessa direzione dello spostamento, che tenderà a restaurare la neutralità riportando gli elettroni nella posizione iniziale. Tuttavia, a causa dell'inerzia, gli elettroni andranno oltre tale posizione e ciò darà luogo a delle oscillazioni attorno all'equilibrio, tali oscillazioni avvengono con una frequenza nota come *frequenza di plasma*.

Il plasma è un mezzo risonante che reagisce ad una perturbazione mettendosi ad oscillare con una frequenza caratteristica.

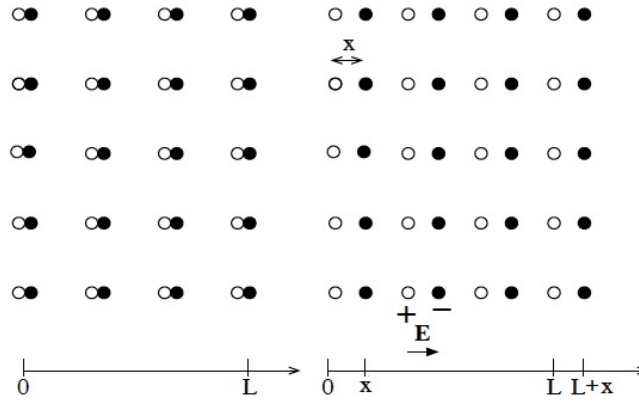


Figura 1.1: Meccanismo delle oscillazioni di plasma: gli elettroni, in nero, si allontanano dagli ioni, in bianco, e vengono richiamati verso di essi da un campo elettrico.

L'oscillazione è così veloce che gli ioni, molto più massivi ($M \gg m_e$), non hanno tempo di rispondere al campo elettrico oscillante e per questo possono essere considerati fermi. Calcoliamo la frequenza di plasma facendo per semplicità delle assunzioni, la prima è che l'oscillazione sia di tipo elettrostatico e che quindi non ci sia campo magnetico. Ciò è ragionevole nel caso non relativistico in cui $v_e \ll c$, infatti il rapporto tra la forza di Lorentz e la forza Coulombiana è:

$$\frac{|\vec{F}_L|}{|\vec{F}_C|} = \frac{|\vec{v} \times \vec{B}|}{|\vec{E}|} \sim \frac{v}{c} \ll 1 \quad (1.1)$$

essendo per il campo elettromagnetico $B/E \sim 1/c$. Trascuriamo inoltre i moti termici ($KT = 0$, assunzione di plasma freddo) e supponiamo che il plasma sia infinitamente esteso.

Analizziamo il moto degli elettroni lungo l'asse x (vedi figura 1.1), supponendo che le oscillazioni, e quindi la direzione del campo elettrico generato, siano solo lungo l'asse x . Il valore del campo elettrico si può ricavare a partire dall'equazione di Poisson unidimensionale:

$$\frac{dE_x}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = -\frac{en_e}{\epsilon_0} \quad (1.2)$$

dove ρ è la densità di carica e n_e la densità elettronica. Integrando:

$$\int_0^x dx' \frac{dE_x(x')}{dx'} = \int_0^x dx \left(-\frac{en_e}{\epsilon_0} \right) \Rightarrow E_x(x) = -\frac{en_e}{\epsilon_0} x \quad (1.3)$$

Il campo elettrico ottenuto dà dunque luogo ad una forza elastica

$$F_x(x) = -Kx$$

con costante elastica $K = e^2 n_e / \epsilon_0$. L'equazione di Newton del moto degli elettroni sarà quindi data da:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} x = 0 \quad (1.4)$$

Si tratta dell'equazione di un oscillatore armonico ($x(t) \sim x_0 e^{-i\omega t}$) con pulsazione:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}} \quad (1.5)$$

Questo risultato ci dice che la risposta di un plasma ad una perturbazione, è una serie di oscillazioni con frequenza

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} \sim 9000 \sqrt{n_e [cm^{-3}]} Hz \quad (1.6)$$

La frequenza di plasma dipende solo dalla sua densità e per densità $n_e \sim 10^{20} cm^{-3}$ è dell'ordine dei GHz .

1.2.2 Campo elettrico associato a un'onda di plasma

Il campo elettrico prodotto da un'onda di plasma è longitudinale. Questa caratteristica è fondamentale perchè il campo orientato lungo la traiettoria delle particelle può seguirle e accelerarle.

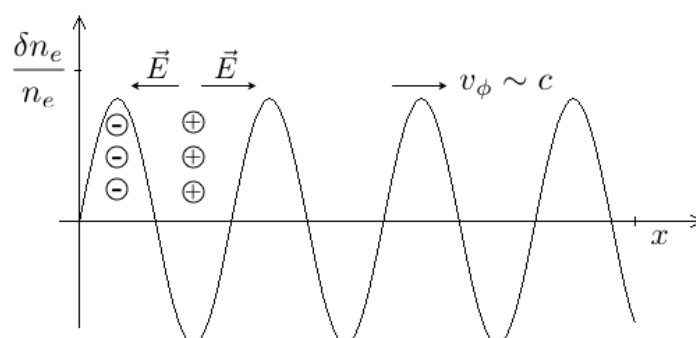


Figura 1.2: Variazione di densità data dalla separazione di carica, con campo elettrico associato all'onda di plasma e velocità di fase dell'onda.

Supponiamo che l'onda di plasma sia perfettamente sinusoidale e mettiamoci nel caso classico. La perturbazione di densità elettronica locale indotta dall'allontanamento delle cariche (vedi figura 1.2) può essere descritta come:

$$\frac{\delta n_e}{n_e} = \Delta \text{sen}[k_p(x - v_\phi t)] \quad (1.7)$$

dove Δ è un fattore di modulazione dell'ampiezza dell'onda, k_p è il vettore d'onda di plasma e v_ϕ è la sua velocità di fase. L'ampiezza della perturbazione di densità costituisce lo strumento di discriminazione per l'uso di una teoria lineare o non lineare. Per $\delta n_e/n_e \ll 1$, il regime è lineare, ed è il caso qui considerato.

L'ampiezza del campo elettrico generato dalle oscillazioni è legata alla perturbazione della densità tramite l'equazione di Poisson. Nel caso unidimensionale:

$$\frac{dE_p}{dx} = -e \frac{\delta n_e}{\epsilon_0} = -e \frac{n_e}{\epsilon_0} \Delta \text{sen}[k_p(x - v_\phi t)] \quad (1.8)$$

Integrando in dx , troviamo l'espressione del campo elettrico associato alla variazione di densità:

$$E_p = e \frac{n_0}{k_p \epsilon_0} \Delta \cos[k_p(x - v_\phi t)] \hat{x} \quad (1.9)$$

Il campo elettrico longitudinale risultante avrà quindi un'ampiezza massima data da:

$$E_{max} = \frac{en_e}{k_p \epsilon_0} = \frac{\omega_p c m_e}{e} \quad (1.10)$$

dove abbiamo utilizzato le relazioni: $k_p = \omega_p/v_\phi \simeq \omega_p/c$ e $\omega_p^2 = e^2 n_0/\epsilon_0 m_e$.

Questo risultato ci dice che per una densità $n_e \sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$ si può avere un campo elettrico massimo E_{max} dell'ordine di 300 GV/m.

1.2.3 Propagazione delle onde elettromagnetiche in un plasma

Il metodo più semplice per studiare la propagazione di un campo elettromagnetico in un plasma è quella di utilizzare il modello dei fluidi.

Nel caso di plasma freddo (cioè considerando nulla la velocità termica degli elettroni, $v_T = 0$, ipotesi valida per frequenze molto elevate del campo elettromagnetico), l'equazione del moto relativa a un elemento di fluido elettronico del plasma è data da:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e(\vec{E} - \vec{v} \times \vec{B}) - m\vec{v}\nu \quad (1.11)$$

dove il secondo termine del secondo membro è il termine di scambio della quantità di moto, ν rappresenta la frequenza di collisione tra coppie di elettroni.

Per risolvere questa equazione, utilizziamo un approccio perturbativo, nel quale campo elettrico, campo magnetico e velocità possono essere espressi come $E = E_0 + E_1$, $B = B_0 + B_1$, $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1$ dove E_0 , B_0 e \vec{v}_0 corrispondono alla condizione di plasma imperturbato e quindi saranno $= 0$. Siccome siamo in un mezzo risonante, le perturbazioni saranno di tipo sinusoidale $\sim e^{-i(\omega t - kx)}$.

Quindi possiamo scrivere l'equazione del moto come:

$$m \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -e \vec{E}_1 - m \vec{v}_1 \nu \quad (1.12)$$

che, nello spazio trasformato di Fourier ($\nabla \rightarrow ik$; $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$) diventa:

$$im\omega \vec{v}_1 = e \vec{E}_1 + m \vec{v}_1 \nu \quad (1.13)$$

Da questa espressione possiamo ricavare la velocità del fluido elettronico in funzione del campo elettrico, e quindi la corrente:

$$\vec{v}_1 = \frac{e}{im(\omega + i\nu)} \vec{E}_1 \Rightarrow \vec{J}_1 = -en_0 \vec{v}_1 = -\frac{e^2 n_0}{im(\omega + i\nu)} \vec{E}_1 \quad (1.14)$$

Utilizzando invece le equazioni di Maxwell abbiamo:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E}_1 = -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B}_1 = \frac{\vec{J}_1}{c^2 \epsilon_0} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \end{cases} \quad (1.15)$$

Applicando il rotore alla prima equazione si ha:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}_1) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_1) - \nabla^2 \vec{E}_1 = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}_1) \quad (1.16)$$

dove $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_1) = 0$, poiché nel caso lineare in esame: $\vec{k} \perp \vec{E}$.

Utilizzando le trasformate di Fourier e sostituendo al rotore di \vec{B}_1 la seconda equazione di Maxwell si ottiene:

$$k^2 \vec{E}_1 = \frac{i}{\epsilon_0 c^2} \omega \vec{J}_1 + \frac{1}{c^2} \omega^2 \vec{E}_1 \quad (1.17)$$

da cui si ricava un'altra espressione per la corrente:

$$\vec{J}_1 = \frac{(k^2 c^2 - \omega^2) \epsilon_0}{i\omega} \vec{E}_1 \quad (1.18)$$

Mettendo a confronto le due espressioni 1.14 e 1.18 e ponendo $e^2 n_0 / \epsilon_0 m = \omega_p^2$, otteniamo la relazione di dispersione $k = k(\omega)$ delle onde elettromagnetiche nel plasma:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{1}{(1 + i\frac{\nu}{\omega})} \quad (1.19)$$

La parte immaginaria di k ci dà l'assorbimento, mentre la parte reale rappresenta la propagazione dell'onda:

$$k_R^2 = \frac{1}{c^2} (\omega^2 - \omega_p^2) \quad (1.20)$$

Questa relazione ci dice che un'onda elettromagnetica si può propagare in un plasma solo se $\omega > \omega_p$, cioè se la sua frequenza è maggiore della frequenza di plasma. Ovvero che, data un'onda elettromagnetica di una frequenza ω , essa si può propagare in un plasma solo se la densità del plasma è minore di una densità critica n_c :

$$\omega^2 > \frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m} \Rightarrow n < \frac{\epsilon_0 m \omega^2}{e^2} = n_c \simeq \frac{1.1 \cdot 10^{21}}{\lambda^2 [\mu m]} \text{cm}^{-3} \quad (1.21)$$

Dalla relazione di dispersione, possiamo ricavare le velocità di fase e di gruppo dell'onda che si propaga nel plasma:

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \omega_p^2/\omega^2}} \quad (1.22)$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad (1.23)$$

1.3 Meccanismo di accelerazione

Il campo elettrico che può essere utilizzato per l'accelerazione delle particelle nei plasmi, è quello associato alle onde elettroniche di plasma. Questo campo risponde a due requisiti basilari per l'accelerazione di particelle ad energie ultrarelativistiche: è un campo elettrico longitudinale, nella stessa direzione di propagazione dell'onda, ed è caratterizzato da una velocità di fase che può avvicinarsi quanto si vuole alla velocità della luce.

Consideriamo un elettrone che viene immesso nell'onda di plasma nella direzione del suo vettore d'onda \vec{k} . L'elettrone sarà accelerato se si trova in una regione in cui il campo elettrico è accelerante e l'accelerazione sarà tanto più efficace quanto più tempo l'elettrone si trova in fase con una tale zona di campo.

Per questo motivo, è molto importante la velocità iniziale con cui l'elettrone si immette nell'onda di plasma, allo stesso modo in cui è importante per un surfista riuscire a guadagnare una velocità iniziale tale da poter prendere l'onda dell'oceano. A seconda della velocità di fase e dell'ampiezza dell'onda, in relazione alla velocità iniziale della particella, possiamo avere tre casi:

- se la velocità della particella è troppo bassa ($v \ll v_\phi$) e l'ampiezza dell'onda è piccola, la particella resta indietro rispetto all'onda. Può essere accelerata, ma il guadagno è poco;
- se la particella è troppo veloce ($v > v_\phi$) si muove sempre in avanti rispetto all'onda e anche in questo caso, sebbene possa essere accelerata, il guadagno è piccolo;
- se la velocità della particella è di poco inferiore alla velocità di fase dell'onda di plasma ($v \sim v_\phi$), nel sistema di riferimento dell'onda, la particella si muove inizialmente all'indietro ma il campo elettrico agisce sufficientemente a lungo da invertirne il moto e alla fine essa viene accelerata in avanti con una velocità maggiore di v_ϕ .

In questo terzo caso si dice che la particella è stata “intrappolata” dall'onda. Maggiore è l'ampiezza dell'onda, minore è la velocità richiesta alla particella per venire intrappolata.

Per avere l'accelerazione massima la particella deve rimanere intrappolata per una lunghezza ottimale chiamata *lunghezza di sfasamento* (L_{deph}). Continuando a seguire l'onda infatti, la particella supera la regione accelerante e comincia a vedere un campo elettrico invertito e a perdere energia. Quindi la lunghezza di sfasamento corrisponderà esattamente a metà della lunghezza d'onda nel sistema di riferimento dell'onda. L'elettrone può cioè essere accelerato al massimo per:

$$k_p(L_{deph} - v_\phi t) = \pi \quad (1.24)$$

da cui, ponendo $k_p = 2\pi/\lambda_p$ si ricava:

$$L_{deph} = \frac{\lambda_p}{2(1 - \frac{v_\phi t}{L_{deph}})} = \frac{\lambda_p}{2(1 - \frac{v_\phi}{v_e})} \quad (1.25)$$

Supponendo la velocità dell'elettrone prossima a quella della luce ($v_e \sim c$) e introducendo il fattore relativistico associato alla velocità di fase dell'onda di plasma (γ_ϕ), otteniamo:

$$L_{deph} \simeq \gamma_\phi^2 \lambda_p \quad (1.26)$$

Nel caso di PlasmonX, in cui $\gamma_\phi \sim 20$ e $\lambda_p \sim 20\mu m$, $L_{deph} = 8$ mm.

La valutazione di questa distanza è molto importante poiché, se l'estensione del plasma è molto minore, il guadagno energetico dell'elettrone è moderato, e, anche se questo viene iniettato con la velocità di fase ottimale, non può usufruire di tutta la regione accelerante dell'onda di plasma. Se invece il plasma si estende longitudinalmente per una lunghezza molto maggiore di L_{deph} , gli elettroni iniettati vengono prima accelerati e poi decelerati.

Per un elettrone intrappolato da un'onda relativistica di grande ampiezza il massimo guadagno in energia sarà quindi dato da:

$$\Delta W_{max} = eE_{max}L_{deph} = e \frac{\omega_p c m_e}{e} \gamma_\phi^2 \lambda_p = 2\pi m_e c^2 \gamma_\phi^2 \quad (1.27)$$

dove abbiamo usato le espressioni 1.10 e 1.26 e posto $\omega_p = 2\pi c/\lambda_p$.

Per un'onda con velocità di fase relativistica con $\gamma_\phi = 100$ e $\lambda_p = 100\mu m$ ad esempio, il massimo guadagno energetico raggiungibile dopo una $L_{deph} = 1$ m è $\Delta W_{max} = 30$ GeV. Vedremo più avanti che, nel caso in cui si generino onde di plasma in regime relativistico, questo valore può essere anche maggiore.

1.4 Eccitazione di onde di plasma tramite laser

Il fatto che un'onda di plasma con velocità di fase relativistica permetta di accelerare efficacemente elettroni porta al problema di come eccitarla. Le onde di plasma consistono in una alterazione periodica spazio-temporale della densità elettronica. L'alterazione della neutralità locale del plasma può avvenire soltanto in presenza di forze capaci di contrastare le forze coulombiane. Una forza di questo genere è la pressione di radiazione (forza ponderomotrice) associata alla densità di energia del campo elettromagnetico di un impulso laser di grande potenza.

Un impulso laser molto intenso è dunque un eccitatore capace di perturbare la densità elettronica e di muoversi nel plasma a una velocità prossima a quella della luce, generando un'onda di plasma con una velocità di fase anch'essa prossima a quella della luce.

1.4.1 Potenziale vettore normalizzato

È utile introdurre il parametro relativistico adimensionale:

$$a_0 = \frac{e|\vec{A}|}{m_e c^2} = 8.5 \cdot 10^{-10} \cdot \lambda_{laser}[\mu m] \cdot \sqrt{I[W/cm^2]} \quad (1.28)$$

che rappresenta il potenziale vettore normalizzato dell'impulso laser, laddove \vec{A} è il potenziale vettore.

Questo parametro è importante perchè definisce la transizione tra il regime lineare e quello relativistico. Nel caso non relativistico, un elettrone in un campo elettrico oscillante con frequenza ω e ampiezza E , avrà una velocità di picco data da

$$\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} = -\frac{e\vec{E}}{m_e} \quad (1.29)$$

Esprimendo il campo elettrico in funzione del potenziale vettore ($\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$) e integrando otteniamo

$$\vec{v}_e = \frac{e\vec{A}}{cm_e} \quad (1.30)$$

Possiamo dunque esprimere la velocità classica normalizzata degli elettroni nel campo di un laser polarizzato linearmente, in funzione del potenziale vettore normalizzato, utilizzando la relazione 1.28:

$$\frac{v_e}{c} = a_0 \quad (1.31)$$

Il caso lineare si avrà quindi per $a_0 < 1$.

Per $a_0 > 1$ invece, si ha il regime relativistico, che corrisponde ad una potenza del laser $I_0 > 10^{18} \text{W/cm}^2$.

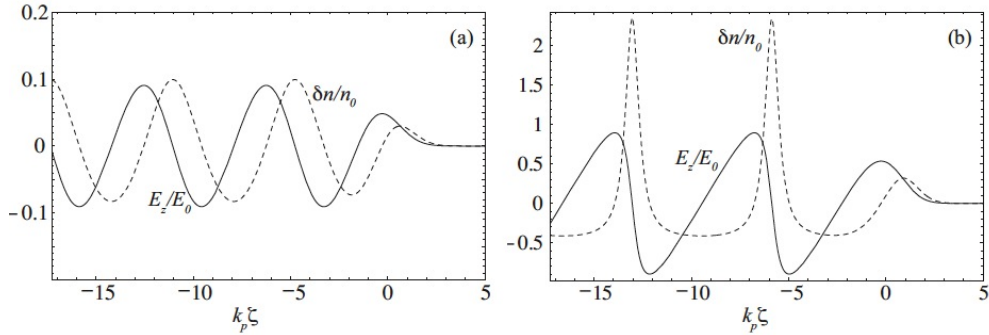


Figura 1.3: Variazione di densità $\delta n/n_0$ (linea tratteggiata) e campo elettrico assiale associato E_z/E_0 (linea continua) in una perturbazione generata da un impulso laser gaussiano (che si muove verso destra) per $a_0 = 0.5$ (a) e $a_0 = 2.0$ (b).

In figura 1.3 si vede la differenza del campo elettrico e della variazione di densità $\delta n/n$ nel caso lineare perfettamente sinusoidale ($a_0 = 0.5$) e nel caso relativistico ($a_0 = 2.0$).

Possiamo esprimere anche l'ampiezza del campo elettrico di picco del laser in funzione del potenziale vettore normalizzato:

$$E_L = \frac{\omega}{c} A = \frac{cm_e \omega a_0}{e} \quad (1.32)$$

1.4.2 Forza ponderomotrice

La pressione di radiazione, anche detta forza ponderomotrice del laser, agisce allontanando gli elettroni dalle zone a più alto campo ed è la principale responsabile della generazione di onde longitudinali di plasma.

Calcoliamo la forza ponderomotrice che il laser esercita sugli elettroni del plasma nel caso non relativistico. Come sempre gli ioni, dotati di inerzia maggiore, possono essere considerati fermi sulla scala dei tempi presi in considerazione che in questo caso sono dati dal passaggio dell'impulso laser.

Supponiamo che l'impulso laser si propaghi lungo l'asse \hat{z} e mettiamoci nel caso bidimensionale in cui l'elettrone compirà un moto trasverso lungo \hat{y} e un moto longitudinale lungo \hat{z} , trascurando il moto lungo \hat{x} ($v_x = 0$). Supponiamo inoltre che il laser sia polarizzato linearmente.

Studiamo il moto trasversale dell'elettrone scrivendo l'equazione di Lorentz per la componente p_y dell'impulso:

$$\frac{dp_y}{dt} = -e \left(E_y - \frac{v_z}{c} B_x \right) \quad (1.33)$$

Esprimendo E e B in funzione del potenziale vettore

$$\frac{dp_y}{dt} = \frac{e}{c} \left(\frac{\partial A_y}{\partial t} + v_z \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) = \frac{e}{c} \frac{dA_y}{dt} \quad (1.34)$$

Integrando e sostituendo il potenziale vettore normalizzato (1.28):

$$p_y = \frac{e}{c} A_y = m c a_0 \quad (1.35)$$

Questa relazione ci dice che l'energia di oscillazione di un elettrone è legata direttamente all'intensità dell'impulso laser che lo colpisce, e ci permette di esprimere il fattore relativistico γ dell'elettrone in funzione del potenziale vettore normalizzato:

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2 c^2}} = \sqrt{1 + a_0^2} \quad (1.36)$$

Analizziamo adesso il moto longitudinale dell'elettrone:

$$\frac{dp_z}{dt} = -e \left(E_z - \frac{v_y}{c} B_x \right) = -e \left(E_z + \frac{v_y}{c} \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \quad (1.37)$$

Il campo elettrico lungo \hat{z} è quello dovuto alla separazione di carica e lo possiamo esprimere come $E_z = -\partial\phi/\partial z$, dove ϕ è il potenziale elettrostatico. Scrivendo inoltre v_y in funzione di a_0 utilizzando la 1.35 abbiamo:

$$\frac{dp_z}{dt} = e \frac{\partial\phi}{\partial z} - \frac{1}{2\gamma} \frac{\partial a_0^2}{\partial z} \quad (1.38)$$

Il primo termine è quindi legato alla separazione di carica, mentre il secondo è legato al gradiente del potenziale vettore che rappresenta appunto la forza ponderomotrice del laser che, generalizzando al caso tridimensionale, si può scrivere in forma normalizzata:

$$F_p = -\frac{1}{2\gamma}\nabla a_0^2 \quad (1.39)$$

La forza ponderomotrice spinge gli elettroni, più leggeri degli ioni, lontano dalla regione di alta densità. La conseguente modulazione di densità porta alla creazione di un'onda elettronica di plasma. Visto il legame tra la forza ponderomotrice e l'intensità dell'impulso laser ($a_0^2 \propto I$), tale onda elettronica ha la caratteristica di avere una velocità di fase uguale alla velocità di gruppo dell'impulso laser nel plasma. Quindi, utilizzando la 1.23 e la 1.5:

$$v_{\phi,onda} = v_{g,laser} = c\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} = c\sqrt{1 - \frac{n_e}{n_c}} \quad (1.40)$$

In figura 1.4 c'è un esempio di onda di plasma non lineare in 2 dimensioni eccitata da un impulso laser gaussiano con $a_0 = 1.5$. La simulazione è stata ottenuta con il modello dei fluidi.

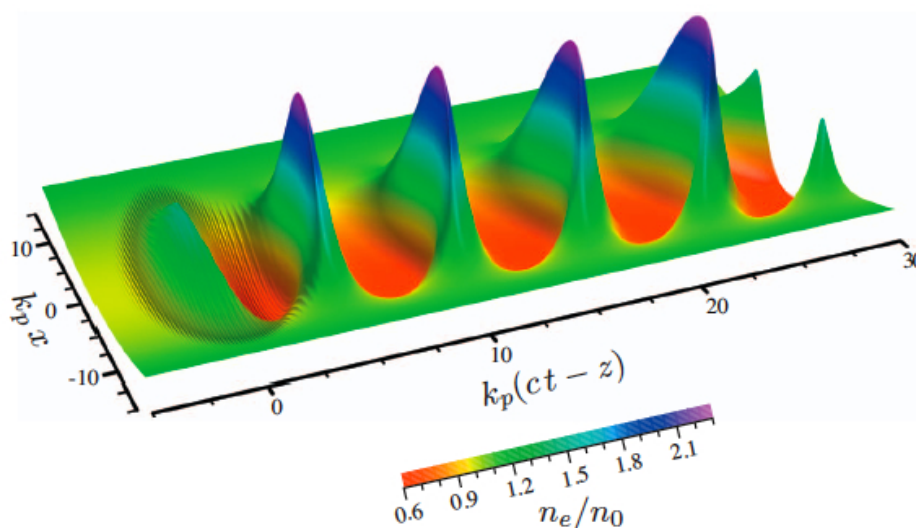


Figura 1.4: Perturbazione della densità eccitata da un impulso laser gaussiano con $a_0 = 1.5$. L'impulso laser viaggia verso sinistra.

1.5 Laser Wake-Field Acceleration (LWFA)

Per generare oscillazioni di campo sufficientemente ampie si deve perturbare il plasma in modo intenso e mirato. Siccome il plasma è caratterizzato da una sua specifica risonanza, l'eccitazione dell'onda risulta facilitata quando l'estensione spaziale dell'impulso laser è dello stesso ordine della lunghezza d'onda di plasma (inversamente proporzionale alla frequenza di plasma).

Ci sono diversi modi in cui la forza ponderomotrice può eccitare onde di plasma[3]. In questa tesi verrà trattato solo il metodo utilizzato a PlasmonX, che è quello della Laser Wake-Field Acceleration.

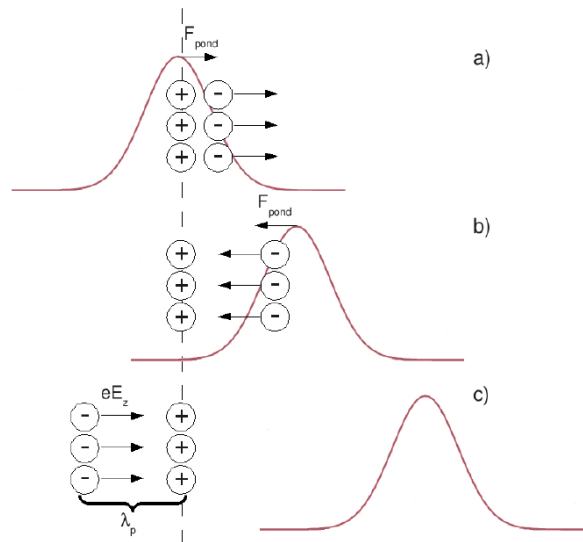


Figura 1.5: Meccanismo con cui la forza ponderomotrice dell'impulso laser eccita le onde di plasma nella LWFA.

Gli elettroni del plasma che viene attraversato dall'impulso laser risentono di una prima spinta nella direzione di propagazione del laser data dalla forza ponderomotrice del fronte ascendente dell'impulso. Dopodiché l'impulso supera questi elettroni e gli dà una seconda spinta, con il suo fronte discendente, questa volta nella direzione opposta.

Risulta quindi chiaro che l'eccitazione dell'onda di plasma è più efficiente se la forza ponderomotrice è in fase con le oscillazioni elettroniche naturali. I due fronti dell'impulso dovranno cioè essere separati temporalmente di $T_p/2$, dove T_p è il periodo delle oscillazioni di plasma.

Questo significa che per densità di plasma dell'ordine di $10^{18} cm^{-3}$, l'impulso laser deve avere una durata temporale dell'ordine di qualche decina

di fs. Tempi che sono diventati realizzabili solo grazie alla fisica dei laser dell'ultima generazione.

Questo metodo di accelerazione si chiama Laser Wake-Field (LWFA) poiché si ha la produzione di un'onda di plasma nella scia dell'impulso laser che progressivamente lo attraversa (vedi figura 1.6). L'impulso laser di grande potenza che si propaga nel plasma si comporta proprio come una barca che, muovendosi in uno specchio di acqua calma, lascia dietro di sé una scia che corrisponde a quella porzione di liquido spostato (nel caso del plasma gli elettroni).

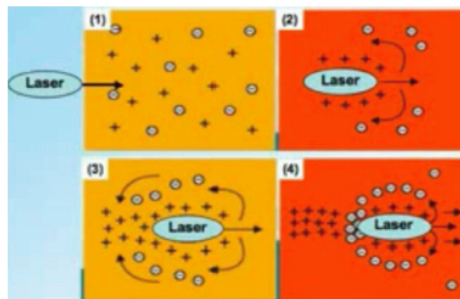


Figura 1.6: Schema della LWFA.

1.6 Autoiniezione

Una volta eccitata un'onda di plasma, ci sono due modi possibili di accelerare particelle sfruttando il campo elettrico longitudinale a disposizione. Il primo è quello di prelevare gli elettroni da accelerare dal plasma stesso, sfruttando la così detta "rottura" delle onde di plasma elettroniche, il secondo è quello di iniettare un pacchetto di particelle dall'esterno.

Il primo metodo è quello utilizzato nella maggior parte degli esperimenti finora realizzati[4], il cui tipico setup è illustrato in figura 1.7: il fascio laser viene focalizzato su un getto di gas che viene così completamente ionizzato. Nel plasma così formato, la parte restante della radiazione laser, propagandosi, genera un'onda di scia (LWF) che, rompendosi, inietta degli elettroni nella zona di campo elettrico accelerante (autoiniezione); questi elettroni vengono accelerati e espulsi dal plasma.

La rottura dell'onda di plasma è un fenomeno non lineare che richiede un'intensità del laser sufficientemente elevata ($a_0 > 1$) da rompere l'oscillazione di densità rendendo disponibili degli elettroni. Il risultato di una simulazione di questo effetto è illustrato in figura 1.8 a sinistra.

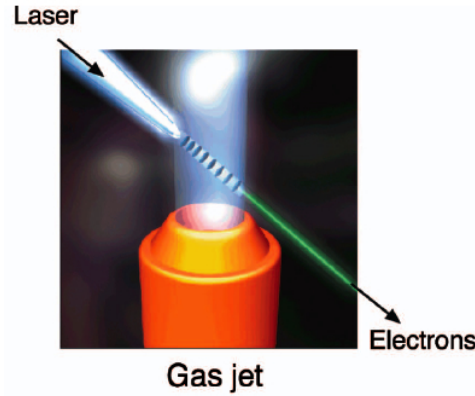


Figura 1.7: Tipico setup di un esperimento di LWFA in cui sono accelerati gli elettroni del plasma stesso.

Tale regime, fortemente non lineare, è detto regime “Bubble”, poiché gli elettroni, allontanati dalla forza ponderomotrice, creano una bolla di densità elettronica all’interno della quale gli ioni danno luogo al campo elettrico accelerante, in figura 1.8 a destra si può vedere il risultato di una simulazione di questo regime.

Analogamente a quanto accade quando si frangono le onde del mare, se l’ampiezza dell’onda di plasma è sufficientemente grande, alcuni elettroni subiscono oscillazioni tali che la forza di ritorno dell’onda di plasma non è abbastanza grande da fargli continuare le loro oscillazioni longitudinali ed essi escono dall’oscillazione di plasma per “autoiniettarsi” in una zona di campo accelerante. L’efficienza di accelerazione cresce progressivamente con l’intensità dell’impulso laser e con la diminuzione della sua durata.

L’uscita dall’oscillazione di plasma (rottura dell’onda) avviene quando la velocità degli elettroni, che aumenta all’aumentare del campo elettrico, raggiunge un valore maggiore della velocità di fase dell’onda di plasma. In questo caso l’elettrone supera la cresta dell’onda e ne viene catturato e accelerato in avanti fino a che la sua velocità diventa maggiore di quella dell’onda di plasma.

Il limite di rottura dell’onda di plasma corrisponde al valore del massimo campo elettrico ottenibile, per il quale $v_e > v_\phi$. Utilizzando il modello dei fluidi relativistico in regime non lineare[6], nel caso di plasma freddo (non tenendo conto del moto termico degli elettroni) si ha:

$$E_{WB} = \frac{cm_e\omega_p}{e} \sqrt{2(\gamma_p - 1)} \quad (1.41)$$

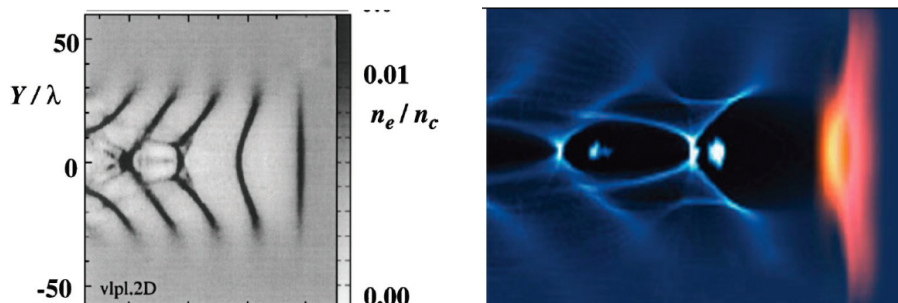


Figura 1.8: A sinistra: immagine della densità elettronica (in scala di grigio) ottenuta con una simulazione bidimensionale PIC (Particle-in-cell code)[5]: il laser si propaga verso destra, è visibile l'incurvamento dell'onda di plasma e la sua rottura (wavebreaking). A destra: risultato di una simulazione di LWFA in 3D con regime "bubble", in rosso l'impulso laser, in azzurro la densità elettronica, le due palline azzurre rappresentano gli elettroni che si staccano dalla cresta dell'onda e che si stanno per immettere nella zona accelerante di alta densità ionica.

Quindi il campo elettrico massimo può essere molto maggiore che nel caso non relativistico e dare agli elettroni l'energia cinetica necessaria a superare il limite di rottura.

1.6.1 Caratteristiche degli elettroni accelerati

Rispetto all'iniezione esterna, l'accelerazione degli elettroni del plasma stesso richiede un'intensità di laser più elevata, per raggiungere la rottura dell'onda, ed è più difficile ottenere pacchetti monocromatici.

L'aspetto più complicato da trattare è la dispersione energetica che, in linea di principio, è circa il 100%. Finora sono stati osservati fasci in un range di energia da 0.5 MeV a 1 GeV. Tale distribuzione in energia degli elettroni però, dipende fortemente dalle proprietà del plasma e del laser, quindi può essere controllata agendo sulle loro caratteristiche.

Il primo modo di diminuire tale dispersione è quello di utilizzare, invece di un gas-jet, delle guide di plasma: dei capillari all'interno dei quali viene preformato un plasma attraverso l'impiego di una scarica elettrica. In questo modo, il laser viene "guidato" dal capillare e si eliminano gli effetti della diffrazione dell'impulso. Variando le dimensioni del capillare, la densità del plasma e le caratteristiche dell'impulso laser, si può avere un controllo sull'energia del fascio accelerato e una maggiore riproducibilità.

Per la diagnostica dei fasci prodotti finora, sono stati utilizzati spettrometri magnetici costituiti da un magnete e da schermi scintillanti "impressio-

nabili” (solitamente Kodak LANEX) che vengono fotografati da fotocamere digitali sincronizzabili.

In figura 1.9 sono illustrati i risultati di un esperimento[7] effettuato con un capillare lungo 33 mm, nelle diverse configurazioni illustrate in tabella 1.1.

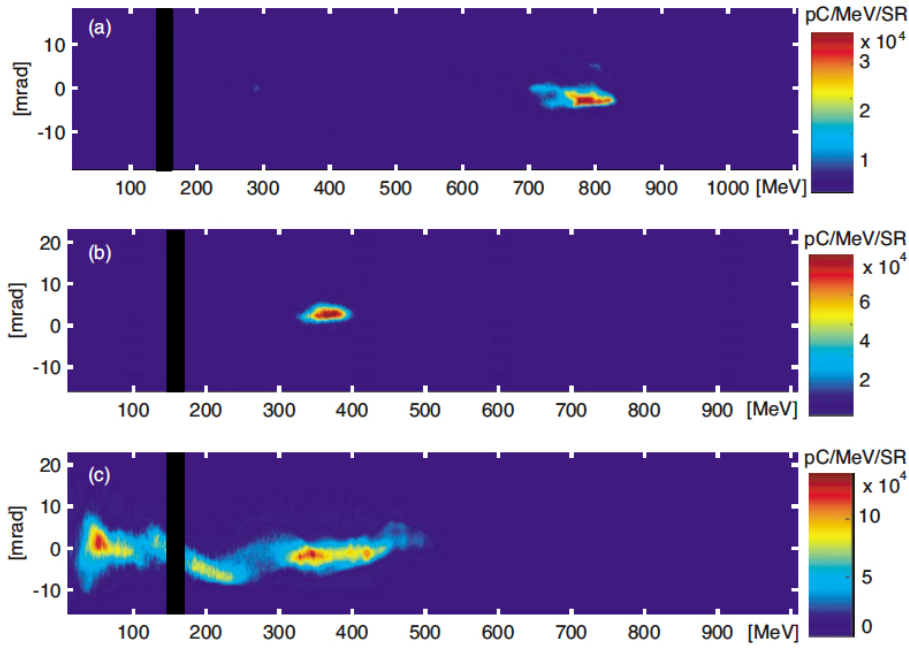


Figura 1.9: Spettro di singolo shot su schermo lanex[7]. Sull’asse verticale è la divergenza angolare del fascio, sull’asse orizzontale l’energia cinetica degli elettroni. Le configurazioni relative alle tre misure (a) (b) e (c) sono illustrate in tabella 1.1.

	ν_{laser} (fs)	I_{laser} (TW)	\varnothing capillare (μm)	n_e (cm^{-3})	B (T)
(a)	37	41	310	$\sim 4.3 \cdot 10^{18}$	1.25
(b)	46	15	190	$\sim 3.4 \cdot 10^{18}$	1.14
(c)	150	5	190	$\sim 3.4 \cdot 10^{18}$	1.14

Tabella 1.1: Configurazioni relative ai risultati mostrati in figura 1.9.

1.7 Iniezione esterna

Il secondo metodo per accelerare particelle tramite onde di plasma, è quello di iniettarvi dall'esterno un pacchetto di elettroni controllato da un acceleratore di particelle convenzionale, con la giusta fase e le giuste dimensioni. Questo metodo è concettualmente più semplice e permette di misurare in modo preciso la capacità di accelerazione dell'onda di plasma, ma è tecnicamente più complicato.

Per avere accelerazione netta di tutto il pacchetto, è necessario che esso sia più corto di metà lunghezza d'onda di plasma (tipicamente $\ll 100fs$) e deve essere iniettato con la giusta fase, in modo da utilizzare solo la parte accelerante dell'onda di plasma. Questo richiede un sincronismo estremo tra l'iniezione e la generazione di Wake-Field. Inoltre, poiché le onde di plasma generate utilizzando impulsi laser ultracorti sono localizzate in una zona di poche decine di μm di diametro, il pacchetto di particelle deve essere focalizzato trasversalmente in un spot dello stesso ordine di grandezza.

Nel caso di iniezione esterna, il meccanismo di accelerazione è più controllato e la dispersione in energia delle particelle accelerate è molto più bassa, in linea di principio simile a quella del pacchetto iniettato.